

17. 有限差分法による盛土堤防の側方流動解析

Liquefaction Flow Analysis of River Dikes with Finite Difference Method

地象部 小川 好、森 洋（現・リバーフロント整備センター）

1. はじめに

河川堤防の耐震性能に対する基本原理は、地震により壊れない堤防とするのではなく、壊れても浸水などによる二次被害を出さないことを原則として耐震性を評価し、必要に応じて対策を行う設計手法が要求されている。これは、堤防などの長大構造物にあっては、過度の耐震性能を要求することは予算等の制約から完成までに長期間を要することになり、未完成区間での浸水確率を考えれば堤防トータルとしての安全性を確保できないことによるものである。すなわち、レベルⅡといった強震動下で所定の安全率を確保するのではなく、ある程度の変形量を認めながら壊滅的な被害を避け、あわせて迅速な復旧体制を整えるという社会的機能も見据えた耐震性能への転換が重要となっている。

このような対策を可能にするためには、既存の堤防が強震動や液状化・地盤流動をうけたときの変形性状を、正確に予測できる解析法が必要となる。そのための解析法のひとつとして、土木技術研究所では個別要素法にもとづく耐震解析法を開発し、既存の特殊堤防を対象とした試験的な解析を進めている。個別要素法は地盤の側方流動に起因する堤防の破壊形状を大変形まで解析できる方法であるが、その力学的関係は力と変位のつりあいから構成されている。このため、応力やひずみといった一般的な力学的パラメータを直接求めることができず、堤防の補強対策に必要な応力集中点や破壊域を特定できないという欠点も残されている。また、上述した耐震評価の原則にしたがえば、堤防の部分的な破壊と沈下量の

予測がキーになることから、複数の解析を併用することで解析の信頼性を確保する必要があると判断し、有限差分法による解析法の開発を進めている。

有限差分法による解析法は現在のところ、液状化による強度低下を部分的に再現できる状態であり、1995年兵庫県南部地震の際に淀川堤防で発生した沈下量¹⁾を再現できる精度には達していない。このため、報告では解析法の構成規則を中心に述べるとともに、問題点と考えられる部分の修正法について検討する。

2. 有限差分法による解析のフレーム

この報告で提案する側方流動の解析手法は、Itasca社が開発した有限差分法解析プログラムであるFLAC²⁾に、土の構成規則をFISH機能として組み込んだものである。有限差分法は解析対象を有限の大きさの要素に分割するとともに、要素の各節点での力を節点変位と関連させることで、各接点での微分方程式をマトリックス方程式に変換するという点で、有限要素法とは同一の解析手法である。両手法の差異としては、有限差分法では一連の微分方程式について、その導関数が各接点について応力あるいは変位による変数から直接、代数的におき換えられるとともに、要素内では変位あるいは応力による変数は定義されていないのに対して、有限要素法では応力と変位という空間量は、各要素内のすべてについて形状関数によって規定しなければならないという点にある。

堤防の液状化・側方流動解析でFLACを採用する

メリットは、有限差分法と有限要素法との差異よりも FLAC のもつ大変形解析能力によっている。この解析能力は①陽解法による差分演算と②ラグランジュ座標系の採用、③混合離散化法の 3 点から成り立っている。このうち、①の陽解法による差分演算は、応力(または力)をもとに運動方程式によって新たな速度と変位とを計算する部分と、速度と変位をもとに新たな応力(または力)を計算する部分を、要素ごとに既知量から個別に演算するものである。一般的にはある要素の速度や変位は周辺の要素での応力の変化の影響を受けるが、演算の時間間隔を要素間での応力の伝達速度よりも小さくすることで、この計算が可能となる。結果として演算回数は有限要素法で一般的に使われる陰解法よりも格段に多くなるが、大変形解析で対象となる土の非線形挙動を収束計算なしに演算できることになる。②のラグランジュ座標系については、①の演算が全体系の剛性マトリクスを必要としないことから導かれており、計算された変位増分を座標系に加えるだけで、演算格子はその物質とともに移動ないし変形する。

③の混合離散化法では四角形に分割された差分格子を、図-1 に示すように重複した 2 組の三角形格子のペアに再分割し、応力を 4 つの三角形格子ごとに計算する。通常は格子節点に作用する力は 2 組の三角形格子の結果を平均するが、三角形格子が極端に変形された場合はこのペアの計算結果は棄却される。また、2 組のペアがともに極端な変形となった場合には演算が停止される。この方法によって、大変形での解析精度が向上するとともに、精度が保てない状態での演算の進行を防止している。

概観したように FLAC は液状化・側方流動に対する盛土堤防の解析といった大変形問題にも対応できるフレームを提供すると考えられることから、問題は液状化を再現できる土の構成規則をどのように組み立てるかという点に絞られる。この構成規則は四

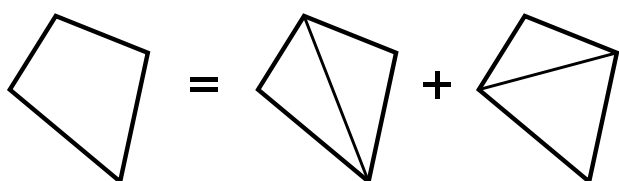


図-1 混合離散化法による四角形要素の三角形分割

角形要素ひとつだけを対象とし、その節点に変位ベクトルが与えられたときに要素の土質特性にしたがった液状化の状態(過剰間隙水圧の発生)を想定し、この状態にしたがった節点反力ベクトルを演算するという問題に帰着する。

3. 液状化を再現する土の構成規則

(1) 主応力軸の回転を表現する力学的モデル

せん断過程ともなう過剰間隙水圧の発生を予測するモデルでは、主応力軸の回転が重要なファクターとなる。せん断過程での主応力軸の回転を表現する方法として、Towhata ら³⁾は中心から放射状に配置された非線形バネが円周上に固定され、外力と変位はバネが集中する中心に作用するモデル(Multi Inelastic Spring Model)を提案している。このモデルの計算結果は、土質実験で得られる砂のせん断応力とひずみの関係を精度よく再現できる。しかし、モデルの力学的意味が必ずしも明確ではないこと、および土の力学的・構造的異方性を表現できないなどの問題点も残されている。

この報告で提案するモデルを図-2 に示す。このモデルは 2 次元平面ひずみ状態での土のせん断応力とひずみの関係を表現するもので、非線形バネを x 方向から 90° まで等角度の間隔に配置している。非線形バネは原点で固定されているが、相互には連結されていない。 x 方向から角度 θ にあるバネは、この角度での純粋せん断状態でのせん断応力とひずみの関係を表現している。せん断応力とひずみの間の非線形的性質を表現するバネの非線形モデルとしては、後述する Iwan の力学的モデルを採用する。

いま、堤防を含む全体系での x 方向と y 方向と同

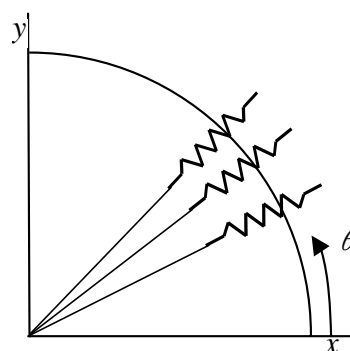


図-2 要素内に配置される Iwan の力学的モデル

じ向きに考えている要素の x 方向と y 方向をとり、図-2 のモデルを要素の軸に固定する。地震応答解析の過程では要素に回転が発生し、要素の軸と全体系の軸には角度に差が生じるが、この角度の差は解析フレームである FLAC によって変換されることから、ここでは回転は発生しないとして議論を進める。

考えている要素について、時刻が t から $t + \Delta t$ の間に節点の変位から計算されるひずみ増分のうち、 x 方向の軸ひずみ増分を $\Delta \varepsilon_x$ 、 y 方向の軸ひずみ増分を $\Delta \varepsilon_y$ 、せん断ひずみ増分を $\Delta \gamma_{xy}$ とおく。また、 x 軸と最大せん断ひずみ増分 $\Delta \gamma_{\max}$ とのなす角を θ とおく。角度は反時計回りを正にとると θ は

$$\tan 2\theta = -\frac{\Delta \varepsilon_x - \Delta \varepsilon_y}{\Delta \gamma_{xy}} \quad \dots(1)$$

で与えられる。ここで、(1)式で決定される θ のうち、図-2 の $0 \leq \theta < \pi/2$ の範囲に最大せん断ひずみ増分 $\Delta \gamma_{\max}$ の方向がはいる条件は

$$\begin{aligned} \text{if } \frac{\Delta \varepsilon_y - \Delta \varepsilon_x}{\Delta \gamma_{xy}} > 0 \quad \theta &= \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\Delta \varepsilon_y - \Delta \varepsilon_x}{\Delta \gamma_{xy}} \right) \\ \text{if } \frac{\Delta \varepsilon_y - \Delta \varepsilon_x}{\Delta \gamma_{xy}} < 0 \quad \theta &= \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\Delta \varepsilon_y - \Delta \varepsilon_x}{\Delta \gamma_{xy}} \right) + \frac{\pi}{2} \quad \dots(2) \end{aligned}$$

となる。また、最大せん断ひずみ増分 $\Delta \gamma_{\max}$ は

$$\frac{\Delta \gamma_{\max}}{2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \varepsilon_x - \Delta \varepsilon_y}{2} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \gamma_{xy}}{2} \right)^2} \times \text{sign}(\Delta \gamma_{xy}) \quad \dots(3)$$

で与えられる。

次に最大せん断ひずみ増分 $\Delta \gamma_{\max}$ が加えられた時刻 $t + \Delta t$ でのせん断応力とその方向を求める。図-2 のバネは Iwan の非線形バネであり、 x 軸からの角 θ を指定してせん断ひずみを入力すればこの角度でのせん断応力を求められるので、このせん断応力を $\tau_{\text{Iwan}}(\theta)$ と表記する。Iwan モデルについては後で詳しく述べるが、ここではひずみを入力したときに応力が計算できる演算要素とだけ考えて議論をすすめる。特にこの節の議論では、非線形バネを単純な線形バネと考えても、理論的な整合性は保たれている。

いま、時刻 t でのせん断応力は既知であるとする。すなわち、図-2 のすべての θ について $\tau_{\text{Iwan}}(\theta, t)$ は参照可能であり、最大せん断応力 $\tau_{\max}(t)$ も既知で

あると仮定する。(2)式から求められる角度 θ について、図-2 のモデルを検索して得られるせん断応力をあらたに $\tau_{\text{Iwan}}(\theta, t)$ とおく。Iwan モデルにはせん断ひずみ $\gamma(\theta)$ も保存されていることから、この値に最大せん断ひずみ増分 $\Delta \gamma_{\max}$ を加えて Iwan モデルに入力することで、 $\tau_{\text{Iwan}}(\theta, t + \Delta t)$ が得られる。

最大せん断応力 $\tau_{\max}(t)$ と x 軸からの角 θ でのせん断応力 $\tau_{\text{Iwan}}(\theta, t)$ 、 $\tau_{\text{Iwan}}(\theta, t + \Delta t)$ を Mohr の応力円によって表示すると図-3 の結果が得られる。Mohr の応力円表示で主応力軸と x 軸のなす角 α は未知量であるが、時刻 t の結果から

$$(\theta + \alpha) = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{\tau_{\text{Iwan}}(\theta, t)}{\tau_{\max}(t)} \right) \quad \dots(4)$$

をもとに決定することができる。ここで $2(\theta + \alpha)$ が帰属する象限は時刻 t での主ひずみの大小関係によって規定され、 $\varepsilon_x > \varepsilon_y$ ならば第一象限、 $\varepsilon_x < \varepsilon_y$ ならば第二象限、 $\varepsilon_x = \varepsilon_y$ ならば $\pi/2$ にある。

時刻 $t + \Delta t$ での最大せん断応力 $\tau_{\max}(t + \Delta t)$ は

$$\begin{aligned} (\tau_{\max}(t + \Delta t))^2 &= (\tau_{\max}(t))^2 - (\tau_{\text{Iwan}}(\theta, t))^2 \\ &\quad + (\tau_{\text{Iwan}}(\theta, t + \Delta t))^2 \quad \dots(5) \end{aligned}$$

で与えられる。ここで最大せん断応力 $\tau_{\max}(t + \Delta t)$ の正負はせん断ひずみ増分の合計値 $\gamma_{xy}(t + \Delta t)$ の正負にしたがう。また、 $\tau_{\max}(t + \Delta t)$ の絶対値がせん断強度 τ_f よりも大きな場合は

$$\tau_{\max}(t + \Delta t) = \tau_f \times \text{sign}(\tau_{\max}(t + \Delta t)) \quad \dots(6)$$

となる。

せん断ひずみが増加することによってせん断面は回転する。この回転角を ϕ とおくと、図-3 の関係

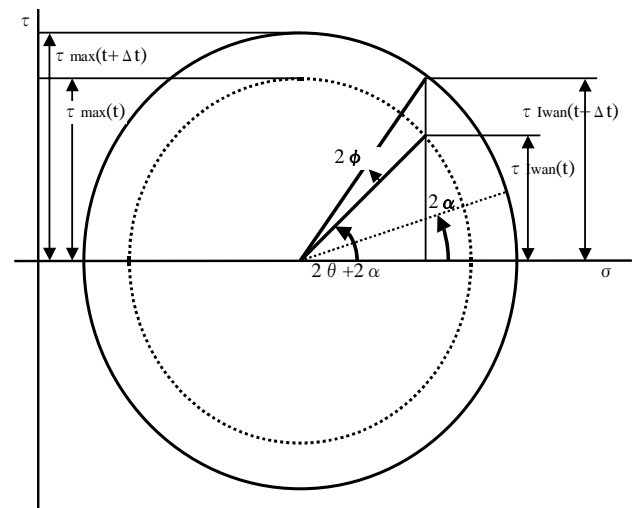


図-3 Mohr の応力円表示によるせん断応力の計算

から回転角 ϕ は

$$\phi = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{\tau_{Iwan}(\theta, t + \Delta t)}{\tau_{\max}(t + \Delta t)} \right) - (\theta + \alpha) \quad \dots(7)$$

によって決定される。

時刻 $t + \Delta t$ での x 方向の応力 $\sigma_x(t + \Delta t)$ と y 方向の応力 $\sigma_y(t + \Delta t)$ 、せん断応力 $\tau_{xy}(t + \Delta t)$ は FLAC との適合性から増分形式で計算する。平均主応力と平均主ひずみとの関係は線形であると仮定すると、Mohr 円の中心となる平均主応力 $\sigma_m(t + \Delta t)$ は平面ひずみ状態であることから、体積弾性率 K と初期剛性率 G によって

$$\sigma_m(t + \Delta t) = \frac{\sigma_x(t) + \sigma_y(t)}{2} + \left(K + \frac{1}{3}G \right) (\Delta \varepsilon_x + \Delta \varepsilon_y) \quad \dots(8)$$

で与えられる。 x 方向の応力 $\sigma_x(t + \Delta t)$ と y 方向の応力 $\sigma_y(t + \Delta t)$ 、せん断応力 $\tau_{xy}(t + \Delta t)$ は図-3 の幾何学的関係から、それぞれ

$$\begin{aligned} \sigma_x(t + \Delta t) &= \sigma_m(t + \Delta t) + \sigma_x(t) \\ &\quad + [\tau_{\max}(t + \Delta t) - \tau_{\max}(t)] \cos 2(\alpha + \phi) \\ &\quad - 2\tau_{\max}(t) \sin \phi \sin(\phi + 2\alpha) \\ \sigma_y(t + \Delta t) &= \sigma_m(t + \Delta t) + \sigma_y(t) \\ &\quad - [\tau_{\max}(t + \Delta t) - \tau_{\max}(t)] \cos 2(\alpha + \phi) \\ &\quad + 2\tau_{\max}(t) \sin \phi \sin(\phi + 2\alpha) \quad \dots(9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy}(t + \Delta t) &= \tau_{xy}(t) \\ &\quad + [\tau_{\max}(t + \Delta t) - \tau_{\max}(t)] \sin 2(\alpha + \phi) \\ &\quad + 2\tau_{\max}(t) \sin \phi \cos(\phi + 2\alpha) \end{aligned}$$

となる。

最後に最大せん断応力 $\tau_{\max}(t + \Delta t)$ の Mohr 円にしたがい、 θ を 0 から $\pi/2$ に変化させてせん断応力を求め、図-2 に示すモデルの非線形バネのせん断ひずみを応力に適合させておくことで、次の時間ステップの計算に備える。

以上の演算ルーチンは、全体系の x 方向を特定の角度に指定しなくても成立することから、全体系の回転に対して計算結果は不変であるという意味で客観性の原則を満足している。また、最大せん断応力がせん断強度 τ_f に達する以前の状態では、図-2 のバネには非線形状態でのせん断ひずみが記憶されることになる。

(2) 非線形バネ系の構成規則

1) 応力とひずみの非線形性の構成規則

土のせん断応力とひずみの非線形的な関係規則としては、Iwan^{4,5)}によって提案された力学的モデルを導入する。このモデルは図-4 に示すように、バネとクーロン・スライダーから成る複数の Jenkin エレメントを並列ないしは直列に連結することで構成される。エレメントがひとつの場合は完全弾塑性、2つの場合はバイリニア型、3つではトリリニア型の復元力特性を表現することができる。並列型モデルはひずみを入力して応力を出力する計算に適しているのに対して、直列型モデルは応力を入力してひずみを出力する演算に適している。

Iwan モデルは骨格曲線が1個の単調な増大関数であり、その接線勾配が原点から離れるにしたがって単調に減少するとき、常に Masing の規則⁶⁾を満足した履歴曲線を描くことができる。このために必要となる履歴の情報は、スライダーの移動量あるいはバネの伸縮量に変換される。また、モデルはバネとスライダーという力学的要素によって構成されていることから、復元力が発揮された状態での弾性エネルギーはバネの伸縮量から、復元力が変化するとき消費される散逸エネルギーはスライダーの移動量から解析的に求めることができるという特徴がある。

2) Iwan の並列型モデル

解析に使用する並列型モデルは、Iwan が提案した parallel-serial model と同一のモデルである。いま、

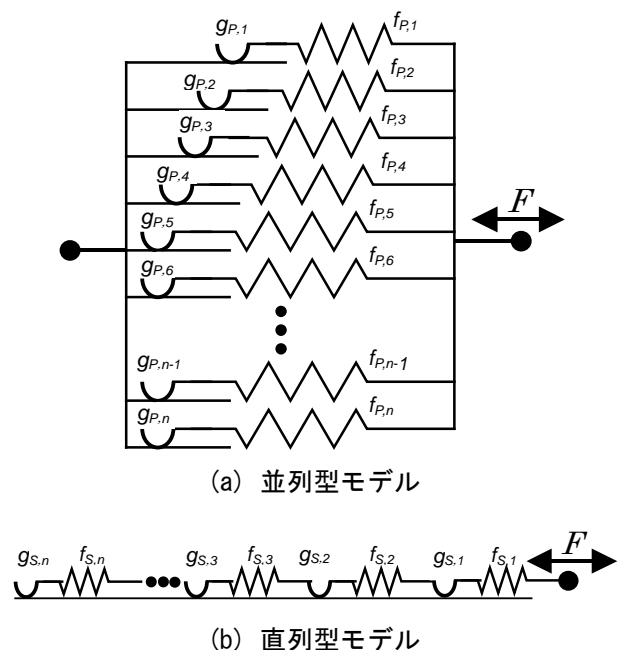


図-4 Iwan の力学的モデル

図-4(a)に示したバネのバネ定数 $f_{P,j}$ とスライダーの摩擦力 $g_{P,j}$ の決定法を考える。任意の Jenkin エレメントから成るモデルについて、図-4(a)の 1 番目のスライダーから順に滑りだすようにエレメントを並べかえるときの条件は、 $g_{P,j}/f_{P,j}$ が順に増加することで与えられる。また、モデルを構成するバネの弾性定数 $f_{P,j}$ とスライダーの摩擦力 $g_{P,j}$ は、図-5 のように骨格曲線を離散化したのち(10)式によって決定される。

$$\begin{aligned} f_{P,j} &= k_j - k_{j+1} \quad (k_{n+1} = 0) \quad \dots(10) \\ g_{P,j} &= f_{P,j} \cdot y_j \end{aligned}$$

ここで k_j は y_{j-1} と y_j との間の勾配であり、 $f_{P,j}$ と $g_{P,j}$ はモデルのスライダーが 1 番から順に移動しはじめると規定したときの、 j 番目のバネの弾性定数とスライダーの摩擦力である。

時刻歴応答の過程での応力は、図-4(a)のモデルにひずみを入力することで計算される。時刻 $t + \Delta t$ で j 番目のスライダーが移動する条件は、入力されるひずみ $y(t + \Delta t)$ と時刻 t でのスライダーの移動量 $S_{P,j}(t)$ との差をもとに決定される。また、このときの j 番目のエレメントが発揮する部分応力 $\Delta F_j(t + \Delta t)$ は(11)式によって与えられる。

$$\begin{aligned} \text{if } |y(t + \Delta t) - S_{P,j}(t)| \cdot f_{P,j} > g_{P,j} \quad \text{Then sliding} \\ \Delta F_j(t + \Delta t) &= g_{P,j} \times \text{sign}(y(t + \Delta t) - S_{P,j}(t)) \\ S_{P,j}(t + \Delta t) &= y(t + \Delta t) - \frac{g_{P,j}}{f_{P,j}} \times \text{sign}(y(t + \Delta t) - S_{P,j}(t)) \\ \text{if } |y(t + \Delta t) - S_{P,j}(t)| \cdot f_{P,j} \leq g_{P,j} \quad \text{Then still} \\ \Delta F_j(t + \Delta t) &= (y(t + \Delta t) - S_{P,j}(t)) \cdot f_{P,j} \quad \dots(11) \\ S_{P,j}(t + \Delta t) &= S_{P,j}(t) \end{aligned}$$

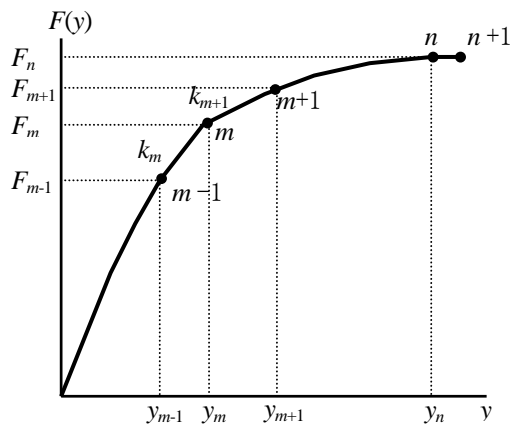


図-5 骨格曲線の離散化

モデル全体の応力 $F(t + \Delta t)$ は、 j が 1 から n 番目までのすべての部分応力 $\Delta F_j(t + \Delta t)$ を加えることで求められる。また、(11)式からも理解されるように、並列型モデルは応力が骨格曲線の降伏強度に達して接線弾性率が 0 となった条件でも、ヒステリシスループ上の応力が計算できるという特徴がある。

3) Iwan の直列型モデル

解析に使用する並列型モデルは、Iwan が提案した serial-parallel model を Jenkin エレメントから構成される図-4(b)の形に修正したモデルである。ただし、力学的特性は原モデルと同一である。図-4(b)のモデルは図-4(a)の並列型モデルと同じ応力～ひずみ曲線を描けるように、モデルの最後にスライダーをつけて可動としているが、応力を入力する場合には応力が降伏強度を超えないという条件を明確にするため、このスライダーの摩擦力 $g_{S,n}$ を無限大に設定する。

並列型モデルと同様に骨格曲線を離散化することで(図-5 参照)、直列型モデルを構成するバネの弾性定数 $f_{S,j}$ とスライダーの摩擦力 $g_{S,j}$ は(12)式によって決定される。

$$\begin{aligned} \frac{1}{f_{S,j}} &= \frac{1}{k_j} - \frac{1}{k_{j-1}} \quad \left(\frac{1}{k_0} = 0 \right) \quad \dots(12) \\ g_{S,j} &= F_j - F_{j-1} \quad (F_0 = 0) \end{aligned}$$

時刻歴応答の過程での応力は、図-4(b)のモデルに応力を入力することで計算される。時刻 $t + \Delta t$ で j 番目のバネの伸縮量 $S_{S,j}(t + \Delta t)$ は入力される応力 $F(t + \Delta t)$ と時刻 t でのバネの伸縮量 $S_{S,j}(t)$ との差をもとに決定される。1 番目のバネは応力の変化に対して無条件に変形することから

$$S_{S,1}(t + \Delta t) = \frac{F(t + \Delta t)}{f_{S,1}} \quad \dots(13)$$

となる。また 2 番目以降のバネに対しては

$$\begin{aligned} \text{if } |G_{j-1} - S_{S,j}(t)| \cdot f_{S,j} > g_{S,j-1} \quad \text{Then sliding} \\ S_{S,j}(t + \Delta t) &= \frac{G_j}{f_{S,j}} \\ G_j &= G_{j-1} - g_{S,j-1} \times \text{sign}(G_{j-1} - S_{S,j-1}(t) \cdot f_{S,j-1}) \\ G_1 &= F(t + \Delta t) \\ \text{if } |G_{j-1} - S_{S,j}(t)| \cdot f_{S,j} \leq g_{S,j-1} \quad \text{Then still} \\ S_{S,j}(t + \Delta t) &= S_{S,j}(t) \quad \dots(14) \end{aligned}$$

によって与えられる。

モデル全体のひずみ $y(t + \Delta t)$ は、 j が 1 から n 番目までのすべてのバネの伸縮量 $S_{Sj}(t + \Delta t)$ を加えることで求められる。

4) 修正 Hardin-Drnevich モデルの適用

前述したように Iwan モデル骨格曲線が 1 個の単調な増大関数であり、その接線勾配が原点から離れるにしたがって単調に減少するとき、任意の骨格曲線に対してモデルを作成することができる。しかし、実際の堤防の耐震解析では、対象地盤から採取した不攪乱試料の土質実験によって骨格曲線を求めることはほとんど期待できない。このため、骨格曲線としては初期剛性率とせん断強度だけから双曲線関数として決定できる Hardin-Drnevich 曲線とした。

いま、図-4(a)と(10)、(11)式では離散量で与えられていたバネのバネ定数 f_{Pj} とスライダの摩擦力 g_{Pj} を、 z を媒介変数とする連続関数 $f_P(z)$ と $g_P(z)$ におきかえる。 z は離散量である f_{Pj} と g_{Pj} の配列順位である j にかわる変数であり、 $0 \leq z \leq 1$ の値をとるとする。 z の大きさにしたがってスライダがすべりだすための条件は、次式によって与えられる。

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{g_P(z)}{f_P(z)} \right) \geq 0 \quad \dots(15)$$

いま、変数 z が z' となるスライダまでが滑ったとすると、バネ関数 $f_P(z)$ と摩擦力関数 $g_P(z)$ を媒介関数としたときの、骨格曲線の応力 F とひずみ y との関係は次式によって表される。

$$F = \int_0^{z'} g_P(z) dz + y \cdot \int_z^1 f_P(z) dz$$

$$g_P(z') = y \cdot f_P(z') \quad \dots(16)$$

Hardin-Drnevich 曲線の骨格曲線は、バネ関数 $f_P(z)$ と摩擦力関数 $g_P(z)$ を一次の関数

$$f_P(z) = A(1-z)$$

$$g_P(z) = Bz \quad \dots(17)$$

とおくことで得られる⁷⁾。初期弾性率 G_0 と降伏強度 τ_f は

$$G_0 = \int_0^1 f_P(z) dz = \frac{A}{2}$$

$$\tau_f = \int_0^1 g_P(z) dz = \frac{B}{2} \quad \dots(18)$$

で与えられることから、骨格曲線は(19)式によって

表される。

$$F = \frac{B}{2}(z')^2 + y \left[\frac{A}{2} - Az' + \frac{A}{2}(z')^2 \right]$$

$$= \frac{y \cdot AB}{2(B + y \cdot A)} = \frac{y \cdot G_0}{1 + \frac{y \cdot G_0}{\tau_f}} \quad \dots(19)$$

前述したように、Iwan モデルは常に Masing の規則にしたがうことから、(17)式を離散化して得られるバネ定数 f_{Pj} とスライダの摩擦力 g_{Pj} から構成される Iwan モデルは、修正 Hardin-Drnevich モデルにしたがったヒステリシスループを描くことになる。また、(17)式の z を等間隔にとると、応力～ひずみ曲線は自動的に小ひずみ領域では細かく、大ひずみ領域ではあらく離散化されることから、解析には便利である。

(3) せん断による過剰間隙水圧の発生規則

小川⁷⁾は 1 次元状態での液状化の構成則として、(20)式から(22)式によって規定される規則を提案している。この構成側は、せん断応力はせん断面に垂直な有効応力に比例すると仮定したとき、

規則 1 : 土の骨格構造が収縮するのに要するエネルギーは、せん断過程で消費される散逸エネルギーに比例する。

規則 2 : 土の骨格構造が膨張するときの仕事は、せん断過程で蓄積される弾性エネルギーに比例する。

が成立すると規定している。

図-6 は液状化実験で得られたせん断応力とひずみ、過剰間隙水圧の時刻歴結果をもとに計算された、散逸エネルギーの平方根と、測定された過剰間隙水圧比との関係を示したものである⁸⁾。この実験は 98kPa に等方圧密された相対密度 50% の豊浦標準砂を供試体とし、くり返し応力振幅比 0.161 のせん断応力を中空ねじり試験機によって応力制御で載荷したものである。また、図-7 には、同一の実験結果で、せん断仕事と散逸エネルギーの差として計算される弾性エネルギーと、過剰間隙水圧との関係を示した。

図-6 から、せん断ひずみの増大にともなう正のダイレーションが顕著になるまでの範囲では、発生

する過剰間隙水圧は散逸エネルギーの平方根ときわめてよい一致を示すことがわかる。この一致はくり返し応力振幅比のちがいや載荷されるせん断波形によらず認められるとともに、エネルギーの平方根と過剰間隙水圧のなす傾きは一定となる。また、図-7からは、せん断ひずみの増大とともにみられる過剰間隙水圧の低下量は、蓄積される弾性エネルギーとほぼ比例する関係のあることが認められる。

規則1にしたがうと、体積収縮ひずみ ε_N は次式によって表される。

$$\frac{1}{2} \frac{(\varepsilon_N)^2}{m_v} = E_L' \cdot \alpha \quad \dots(20)$$

ここで m_v は土の骨格構造の体積収縮係数、 E_L' はせん断過程で消費される散逸エネルギーである。また、 α は散逸エネルギーにしめる体積収縮エネルギーの割合を表す係数で、1以下の値となる。

体積膨張ひずみ ε_p は規則2から

$$\sigma' \cdot \varepsilon_p = -E_p' \cdot \beta \quad \dots(21)$$

となる。ここで σ' はせん断面に垂直な有効応力、 E_p' は蓄積される弾性エネルギー、 β は比例定数であり1.0となることが期待されている。

発生する過剰間隙水圧 U は土の骨格構造の体積弾性率を K とおくと、次式で与えられる。

$$U = K \cdot (\varepsilon_N + \varepsilon_p) \quad \dots(22)$$

散逸エネルギー E_L' と弾性エネルギー E_p' は Iwan モデルのスライダーの移動量とバネの伸縮量から計算される。仮定では「せん断応力はせん断面に垂直な有効応力に比例する」と定めたが、この仮定は Iwan モデルではバネの弾性定数とスライダーの摩擦力が、ともに鉛直な有効応力に比例することを意味する。この結果、過剰間隙水圧の変動に対しては、バネの伸縮量あるいはスライダーの移動量は変化しないことになる。

いま、過剰間隙水圧が発生していない初期状態での垂直応力を $\sigma_{v,0}'$ とし、骨格曲線がこの応力状態で規定されているとする。また、過剰間隙水圧 U が発生したときの垂直応力 σ_v' を

$$\sigma_v' = \sigma_{v,0}' - U \quad \dots(23)$$

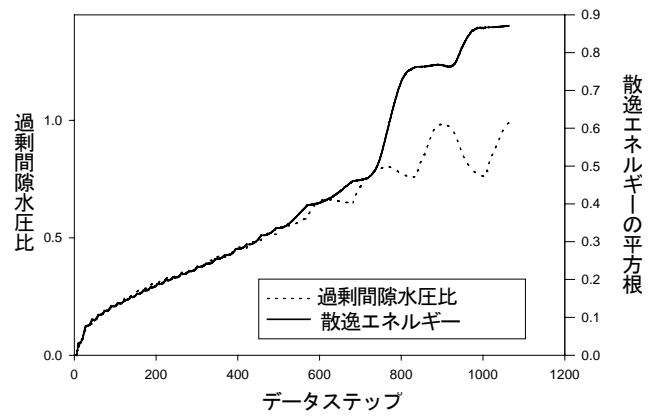


図-6 散逸エネルギーの平方根と過剰間隙水圧比との関係

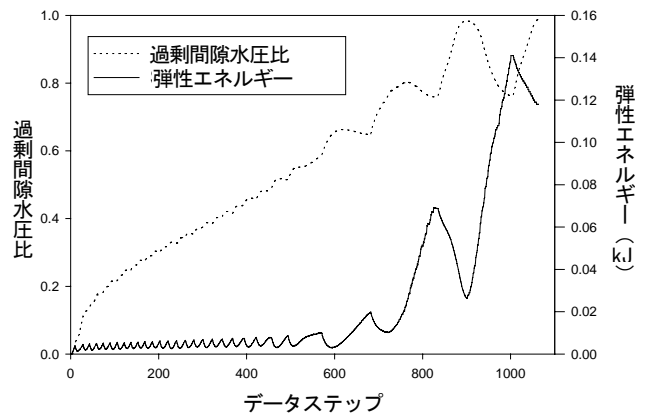


図-7 蓄積される弾性エネルギーと過剰間隙水圧比との関係

で規定する。 $\sigma_{v,0}'$ の状態で構築された Iwan モデルをもとに、微小な時間間隔 δt でのスライダーの移動量から計算される散逸エネルギーの増分量を $\delta E_L'$ とおくと、 σ_v' の状態での散逸エネルギーの増分量 $\delta E_L'$ は

$$\delta E_L' = \delta E_L \frac{\sigma_v'}{\sigma_{v,0}'} \quad \dots(24)$$

となり、時刻 t までの散逸エネルギー E_L' は

$$E_L' = \int_0^t \delta E_L' dt \quad \dots(25)$$

で与えられる。

同様に、(21)式では「せん断面に垂直な有効応力 σ' 」として定義されていた応力を(23)式で規定された σ_v' にしたがうと再定義すると、 σ_v' での弾性エネルギー E_p' は過剰間隙水圧が発生していない平均主応力 $\sigma_{v,0}'$ でのバネの伸縮量から求められる弾性エネルギー E_p をもとに

$$E_p' = E_p \frac{\sigma_v'}{\sigma_{v,0}} \quad \dots(26)$$

によって規定できる。この結果、(21)式は

$$\sigma_{v,0}' \cdot \varepsilon_p = -E_p \cdot \beta \quad \dots(27)$$

となり、解析的に体積膨張ひずみ ε_p を計算できるようになる。

(4) 2次元応力状態での Iwan モデルの適用

(1)節では主応力状態の回転を議論したが、その際には Iwan モデルについて並列型と直列型の区別は特に規定せず、せん断ひずみとせん断応力とを関連づける演算要素とだけ考えていた。ここでは演算の過程で使用するモデルの種類と、その適用法について述べる。

演算過程は次の各ステップから成っている。

ステップ 1：要素の変位増分から最大ひずみ増分とその角度を計算する。

ステップ 2：ひずみ増分の角度から対応する Mohr の応力円での角度を求める。

ステップ 3：対応する角度の Iwan モデルに最大ひずみ増分を入力し、せん断応力を求める。

ステップ 4：応力の変化に伴う Mohr の応力円での回転角を計算する。

ステップ 5：新たな Mohr の応力円を Iwan モデルに保存する。

Iwan モデルによって解析する部分はステップ 3 とステップ 5 である。ステップ 3 ではせん断ひずみ増分からせん断応力を計算することから、並列型モデルが適している。また、ステップ 5 ではせん断応力を入力して過去の応力状態を保存することから、直列型モデルが適していることになる。

(2)節の説明で同一の骨格曲線(図-5)から並列型モデルと直列型モデルを構成したことから理解されるように、この2つのモデルはバネの弾性定数とスライダの摩擦力を変換することで、同一の非線形特性を与えることができる。このため、土の非線形特性をあらわす骨格曲線としては、(17)式と(18)式から Hardin-Drnevich 曲線を並列型モデルで作成

したのち、弾性定数と摩擦力を変換して直列型モデルを構成した。

演算過程での履歴の情報は、並列型モデルでは各スライダの移動量として、直列型では各バネの伸縮量として保存されている。この履歴の情報も2つのモデル間で変換が可能である。

以上の条件から、各要素内に固定された座標をもとに0度から90度まで配置されている Iwan モデル(図-2)は直列型とする。また、ステップ3の演算では直列型モデルに記憶されている履歴の情報を並列型モデルに変換したのち、ひずみ増分をもとに応力を計算する。

過剰間隙水圧の発生量を解析するのに必要な逸散エネルギーは、ステップ3の並列型モデルから計算する。この演算は逸散エネルギーの積分経路として、せん断ひずみ増分の方角にしたがった経路を選択していることを意味する。また、過剰間隙水圧を低下させる弾性エネルギーもこの並列型モデルでの状態量とする。

4. 堤防のシミュレーション結果

(1) 弾性解析(予備解析)

提案する構成側は主応力の回転を含む複雑な規則であることから、最初に弾性解によって解析法の精度を検証した。対象とする構造は次節と同様の淀川堤防モデルであるが、要素分割は異なっている。堤防モデルのうち、液状化対象層である砂層に提案する構成規則を弾性として適用した結果と、FLAC の弾性計算の結果を比較した。土質定数は一律に密度 ρ は 1.6 tf/m^3 、せん断剛性率 G は 2373 tf/m^2 、体積弾性率 K は 118700 tf/m^2 である。また、入力地震動は次節で述べる地震波形(原波形)である。

堤防直下の地盤でのせん断力の時刻歴波形は、図-8に見られるようにきわめてよく一致しており、応力の回転規則は正しくプログラム化されていると判断される。

(2) 淀川堤防のモデル化

1995年兵庫県南部地震で被害を受けた淀川堤防の報告¹⁾から、堤頂が約2.7m沈下した西島(1.4kmキロポスト)を被害断面として選んだ。

入力する地震動は、阿部ら⁹⁾によって基盤に変換された堤防被災位置付近での兵庫県南部地震の観測波形をもとに、10秒以上の長周期成分をフィルタにより除去するとともに、最初と最後の1.0秒間をcosテーパにより0となるように補正した(図-9)。

堤防と地盤の物性値は、対象とする断面を堤防直下と堤内地、堤外地に分けて設定した(図-10)。各断面で設定した地盤の物性値を表-1に示す。各要素の土の強度は初期剛性率 G とせん断強度 τ_f をもとに、Iwanモデルのエレメントの数を20として修正Hardin-Drnevichモデルを構成した。また、液化発生パラメータ α と β は、体積収縮係数 m_v を体積弾性率 K の逆数とし、地盤条件から体積弾性率 K と動的せん断抵抗応力比 $RL(20)$ と $RL(5)$ を決定したのち、せん断バネ系だけを独立させたプログラムにより所定のせん断応力とくり返し回数を満足するよう試行錯誤によって求めた。このため、 α と β には物理的な意味はない。

表-1の物性値は表中の σ_{ini}' の状態として設定した値であることから、有限差分法による静的解析から得られる有効垂直応力 σ_v' をもとに拘束圧の補正を行う。補正では初期剛性率 G は $(\sigma_v' / \sigma_{ini}')^{1/2}$ に、せん断強度 τ_f は $(\sigma_v' / \sigma_{ini}')$ に比例する規則を適用する。また、体積弾性率 K も $(\sigma_v' / \sigma_{ini}')^{1/2}$ に比例するとおくことで、動的せん断抵抗応力比を同一に

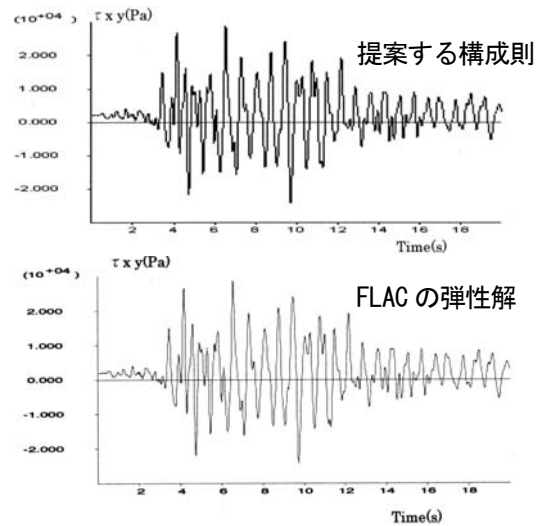


図-8 提案する構成則と一般の弾性解との比較

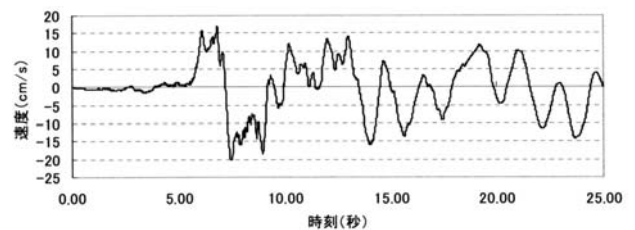


図-9 入射地震動の速度波形

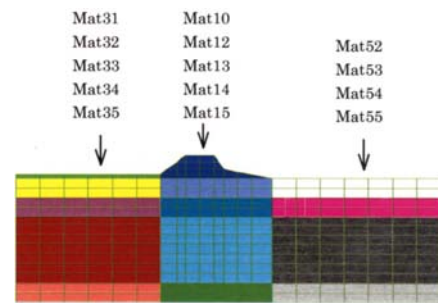


図-10 堤防・地盤モデルの要素と物性値の区分

表-1 淀川堤防の解析に使用したパラメータ

堤防直下の物性

Mat (No.)	El. (m)	材質	γ_t (tf/m ³)	$\sigma'(\text{ini})$ (tf/m ²)	G (tf/m ²)	τ_f (tf/m ²)	K (tf/m ²)	$RL(20)$	$RL(5)$	α	β
10	+3.1	盛土	1.80	5.580	3906	3.91	40157				
12	-2.5	沖積砂質土	1.90	13.410	5883	8.71	60482	0.241	0.383	0.0205	0.15
13	-7.5	沖積砂質土	1.95	18.035	8440	14.60	86770	0.251	0.398	0.0230	0.10
14	-18.5	沖積粘性土	1.65	25.935	3475	20.26	35726				
15	-29.5	沖積砂質土	1.95	33.835	12091	28.39	124306	0.244	0.387	0.0280	0.10

堤内地側の物性

Mat (No.)	El. (m)	材質	γ_t (tf/m ³)	$\sigma'(\text{ini})$ (tf/m ²)	G (tf/m ²)	τ_f (tf/m ²)	K (tf/m ²)	$RL(20)$	$RL(5)$	α	β
31	+0.5	盛土	1.80	0.900	1260	1.26	6477				
32	-2.5	沖積砂質土	1.90	4.050	1777	2.63	18269	0.200	0.317	0.0340	0.15
33	-7.5	沖積砂質土	1.95	8.675	4060	7.02	41740	0.218	0.346	0.0330	0.10
34	-18.5	沖積粘性土	1.65	16.575	2221	12.95	22834				
35	-29.5	沖積砂質土	1.95	24.475	8746	20.54	89916	0.230	0.365	0.0330	0.10

堤外地側の物性

Mat (No.)	El. (m)	材質	γ_t (tf/m ³)	$\sigma'(\text{ini})$ (tf/m ²)	G (tf/m ²)	τ_f (tf/m ²)	K (tf/m ²)	$RL(20)$	$RL(5)$	α	β
52	-2.5	沖積砂質土	1.90	2.250	987	1.46	10147	0.191	0.303	0.0390	0.15
53	-7.5	沖積砂質土	1.95	6.875	3217	5.57	33074	0.209	0.332	0.0370	0.10
54	-18.5	沖積粘性土	1.65	14.775	1980	11.54	20356				
55	-29.5	沖積砂質土	1.95	22.675	8103	19.03	83306	0.227	0.360	0.0340	0.10

保ったまま拘束圧の影響を補正することができる¹⁰⁾。

補正されたパラメータは図-2 の Iwan モデルに組みこまれる。Iwan モデルの設定間隔は要素内に固定された座標の 0 度から 90 度まで 1 度間隔とした。

各要素の密度にしたがった重量を下方に、地下水面下の要素の浮力を上方に与えた状態で自重解析を行ったのち、動的な液状化解析を実施した。地震動の入力条件はモデルの底面を剛体として下方から入力するとともに、側方境界条件としては一次元液状化解析¹⁰⁾から得られた節点深度での速度波形を入力した。一次元解析の物性値は表-1 によって設定し、すべての層に 1%の粘性減衰を与えて解析した。

条件を変えた解析の中から Rayleigh ダンピングを 3%としたときの結果を図-11 に示す。このケースでは主要動を越えた 10.91 秒で変形が過大となり、演算が停止した。このため 9.0 秒まで解析時間をさかのぼり、新たに 0.8 のローカル減衰を与えて演算を再開した結果、16.35 秒で演算が停止した状態の変形が図-12 である。図-12 では液状化したかなり深い地盤までが堤外地側に変形している様子が再現されているが、堤頂の沈下量は被害に比べてきわめて小さな量しか再現されていない。要素内の計算過程を確認した結果、原因は発生した過剰間隙水圧に対してせん断応力が十分に低下していないことにより、増分形での応力の演算方法に問題が残されていることが判明した。

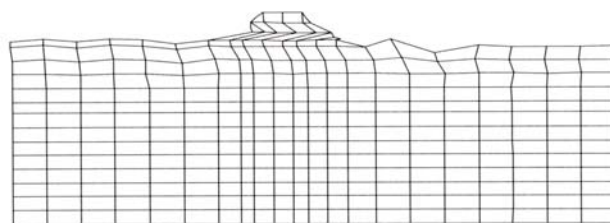


図-11 10.91 秒で演算が停止したときの堤防の変形

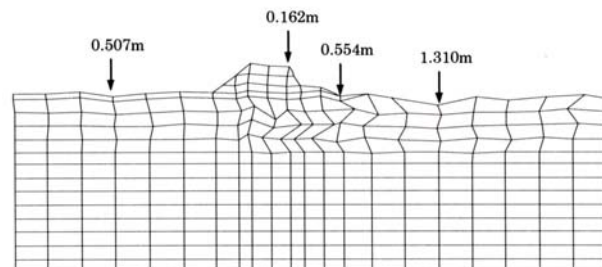


図-12 16.35 秒で演算が停止したときの堤防の変形

5. 結論

フレームワークを使用し、土の構成規則だけを開發することで、解析精度の保持と開發経費を節減しつつ新たな解析手法を開發することができた。液状化と側方流動の大変形解析には問題が残されているが、原因が明らかになったことでその修正は可能である。また、静的解析までは主応力の回転を精度よく再現できることから、液状化対象層のせん断強度を想定値まで低減させるという準静的な解析で、堤防の大変形を予測するという簡易的な活用方法も視野にいられて、開發を進める予定である。

参考文献

- 1) Matsuo, O., Okamura, M., Uzuoka, R. and Mihara, M. (2000) : Numerical analyses of the Damaged Dikes in the 1995 Hyogoken Nanbu Earthquake, *I2WCEE*, No.0621
- 2) Itasca Consulting Group, Inc. (2000) : *FLAC, Fast Lagrangian Analysis of Continua, Theory and Background*
- 3) Towhata, I. and Ishihara, K. (1985) : Modelling Soil Behavior under Principal Stress Axes Rotation, 5th International Conference on Numerical Materials in Geomechanics, 523-530
- 4) Iwan, W. D. (1966) : A Distributed-Element Model for Hysteresis and Its Steady-State Dynamic Response, *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 33, March, 893-900
- 5) Iwan, W. D. (1967) : On a Class of Models for the Yielding Behavior of Continuous and Composite Systems, *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 34, September, 612-617
- 6) Ohsaki, Y. (1980) : Some Notes on Masing's Law and Non-linear Response of Soil Deposits, *Journal of the Faculty of Engineering, University of Tokyo*, Vol. 35, No. 4, pp. 513-536
- 7) 小川 好 (1989) : 地震応答解析のための土の力学的モデル, 第 24 回土質工学研究発表会, 987-990
- 8) Ogawa Yoshimi, Kusano Kaoru and Abe Hiroshi(2000) : Dissipative Energy and Stored Elastic Energy during Liquefaction Process, *I2WCEE*, No. 1894
- 9) 阿部 博, 森 洋, 福武毅芳, 藤川 智 (1997) : 兵庫県南部地震で被災した河川堤防の調査と液状化解析, *土木学会論文集*, No. 568/III-39, 89-99
- 10) 小川 好 (1989) : 有効応力理論による地盤の地震応答解析と東京低地での解析例, *平成元都土木術研年報*, 281-296