

1. 有限差分法による盛土堤防の液状化解析手法の改良

Refinement of Liquefaction Analysis Procedure with Finite Difference Method

土木技術センター 技術支援課 小川 好
河川部 計画課 森 洋

1. はじめに

2007 年に国土交通省から公表された「河川構造物の耐震性能照査指針(案)」¹⁾では、盛土堤防の耐震照査手法のひとつとして静的な有限要素法による解析手法があげられている。この手法は液状化にともなう土の強度低下を剛性率の極端な低下としてとらえ、地震力を考えない静的な沈下解析によって地震後の堤防の変形を求めようとするものである。一方、港湾構造物では、液状化の発生そのものを構成規則として解析手法の内に組み込み、地震力を考えた動的解析による照査も採用されている。いずれの照査手法を採用するとしても、判定は計画水位高に対して、予測される堤防の沈下量が許容できるかどうかによって決定されることになる。しかし、そもそも有限要素法は微小変形理論に立脚していることから、数メートルにもおよぶ大変形を有限要素法で解析することが正しいのか、あるいは解析された結果の精度は満足されるものなのかといった議論は、必ずしも十分ではないように思われる。この原因は、有限要素法に対抗できる液状化解析法がなく、過去の被災例や実験結果との整合性のみが解析手法の妥当性を検証する手段であったことにもあると考えられる。このため、筆者らは有限変形理論に基づく液状化解析手法を開発してきた。今回、液状化発生の構成規則と要素形状に改良を加えることで演算過程を安定化させることができるようになり、ある程度の解析が可能となったので報告する。

2. 有限差分法による解析フレームと改良点

前報²⁾でも報告したように、提案する側方流動の解析手法は Itasca 社が開発した有限差分法解析プログラムである FLAC³⁾に、土の構成規則を FISH 機能として組み込んだものである。有限差分法は解析対象を有限の大きさの要素に分割し、要素の各節点での力を節点変位と関連させて微分方程式をマトリックス方程式に変換するという点で、有限要素法とは同一の解析手法である。両手法の差異としては、有限差分法では一連の微分方程式について、その導関数が各接点について応力あるいは変位による変数から直接、代数的におき換えられるとともに、要素内では変位あるいは応力による変数は定義されていないのに対して、有限要素法では応力と変位という空間量は、各要素内のすべてについて形状関数によって規定しなければならないという点にある。

堤防の液状化・側方流動解析で FLAC を採用するメリットは、有限差分法と有限要素法との差異よりも FLAC のもつ大変形解析能力によっている。この解析能力は、陽解法による差分演算と、ラグランジュ座標系の採用、混合離散化法の 3 点から成り立っている。このうち、今回の改良は陽解法による差分演算と、混合離散化法に関係する。

の陽解法による差分演算は、応力をもとに運動方程式によって新たな速度と変位とを計算する部分と、速度と変位をもとに新たな応力を計算する部分を、要素ごとに既知量から個別に演算するものである。一般的には、ある要素の速度や変位は周辺の要

素での応力の変化の影響を受けるが、演算の時間間隔を要素間での応力の伝達速度よりも小さくすることで、この計算が可能となる。結果として演算回数は有限要素法で一般的に使われる陰解法よりも格段に多くなるが、大変形解析で対象となる土の非線形挙動を収束計算なしに演算できることになる。

しかし、この計算法にはいくつかの欠点も存在する。各演算ステップで収束演算を要しないということは、解は収束していないということであり、あるステップでの残差は不釣合力として次のステップに持ち越される。この影響は、表面的には演算の時間間隔が適切でない場合の発散として表れるが、構成規則を具現化する演算プログラムに対しては、残差の影響が蓄積しないことが要請される。具体的な演算方法は次章でやや詳細に述べるが、過剰間隙水圧の発生量をコントロールする散逸エネルギーと弾性エネルギーの計算に平均の考えを導入することで安定化をはかった。

の混合離散化法は四角形に分割された差分格子を、図-1 に示すように重複した 2 組の三角形格子のペアに再分割し、応力を 4 つの三角形格子ごとに計算する手法である。常態の演算では格子節点に作用する力は 2 組の三角形格子の結果を平均するが、三角形格子が極端に変形された場合はこのペアの計算結果は棄却される。また、2 組のペアがともに極端な変形となった場合には演算が停止される。この方法によって、大変形での解析精度が向上するとともに、精度が保てない状態での演算の進行を防止することになる。

要素の形状に関しては、これまでの解析から三角形要素では混合離散化法が適用できないため不安定になりやすく、演算の時間間隔を四角形要素に比べて格段に細分化しなければならないことが分かっている。通常、法面を含む堤体部分は直角三角形要素で代表されるが、今回の解析では鋭角部 2 か所を削

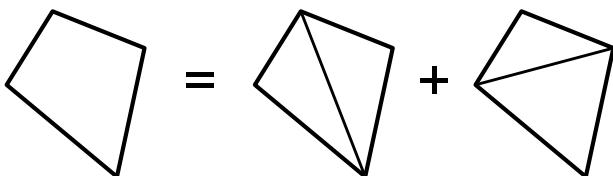


図-1 混合離散化法による四角形要素の三角形分

った四角形要素を適用した。このため、堤防モデルの初期形状は多少、実物とは異なるものの、計算過程を安定化させることができた。

3. 液状化を再現する構成規則に関する修正

(1) 主応力軸の回転を表現する力学的モデル

せん断過程にともなう過剰間隙水圧の発生を予測するモデルでは、主応力軸の回転が重要なファクターとなる。提案するモデルは図-2 に示すように、2次元平面ひずみ状態での土のせん断応力とひずみの関係を表現するものである。Mohr の応力円の対称性を考慮すると、対象とする角度は 0° から 90° となることから、非線形パネを x 方向から 1° 間隔で 90 個配置している。非線形パネは原点で固定されているが、相互には連結されていない。 x 方向から角度 θ にあるパネは、この角度での単純せん断状態

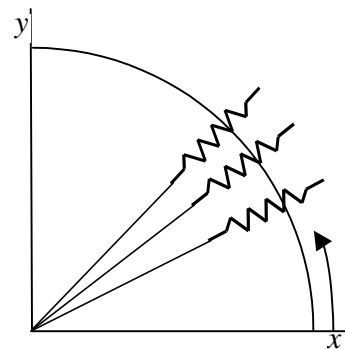
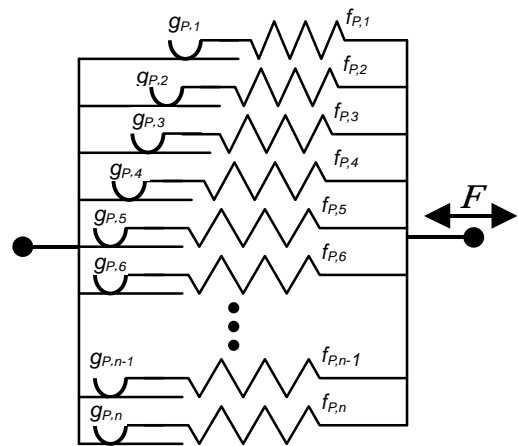


図-2 要素内に配置される Iwan の力学的モデル



(a) 並列型モデル



(b) 直列型モデル

図-3 Iwan の力学的モデル

でのせん断応力とひずみの関係を表現している。せん断応力とひずみの間の非線形的性質を表現するバネの非線形モデルとしては、図-3 に示す Iwan^{4,5)}の力学的モデルを採用している。このモデルはバネ(図の f)とクーロン・スライダ(図の g)から成る複数の Jenkin エlement を並列(図の a)ないしは直列(図の b)に連結することで構成される。Element がひとつの場合は完全弾塑性、2つの場合はバイリニア型、3つではトリリニア型の復元力特性を表現することができる。並列型モデルはひずみを入力して応力を出力する計算に適しているのに対して、直列型モデルは応力を入力してひずみを出力する演算に適している。

Iwan モデルは骨格曲線が1価の単調な増大関数であり、その接線勾配が原点から離れるにしたがって単調に減少するとき、常に Masing の規則⁶⁾を満足した履歴曲線を描くことができる。このために必要となる過去の情報は、スライダの移動量あるいはバネの伸縮量に変換される。また、モデルはバネとスライダという力学的要素によって構成されていることから、復元力が発揮された状態での弾性エネルギーはバネの伸縮量から、復元力が変化するとき消費される散逸エネルギーはスライダの移動量から解析的に求めることができるという特徴がある。

(2) せん断による過剰間隙水圧発生規則の修正

1) 体積収縮ひずみ ε_N の構成規則

この解析法で採用している構成規則では、体積収縮ひずみは次式によって定義されている。

$$\frac{1}{2} \frac{(\varepsilon_N)^2}{m_v} = E_L' \cdot \alpha \quad \dots(1)$$

ここで m_v は土の骨格構造の体積収縮係数、 E_L' はせん断過程で消費される散逸エネルギーである。また、 α は散逸エネルギーにしろる体積収縮エネルギーの割合を表す係数で、1以下の値となる。

散逸エネルギー E_L' は Iwan モデル(図-3)のスライダの移動量から計算される力積(スライダの摩擦力と移動量との積)で与えられる。時刻 t から $t + \Delta t$ (Δt は演算の時間間隔)の間での散逸エネルギーの増分を $\Delta E_L'$ とおくと、 E_L' は図-2 の 0°

から 90° までに配置された力学的モデルのうち、ひずみ速度(ひずみ増分)の方向にある Iwan モデルのスライダ移動量から計算される。

散逸エネルギーの増分 $\Delta E_L'$ の演算過程に不釣合力が影響すると、移動量は真の値の上下に振動する結果、 E_L' は過剰に大きくなる。振動の影響を除去するためには、時間領域での平均化が有効であるが、ひずみ速度の方向は一定ではなく、平均化は角度の異なる Iwan モデルを通じて計算しなければならないことが障害となる。このため、一般にエネルギーや仕事は非負であるが、力積を計算する際に移動量の方向に従って正負をつけ、ある時間間隔で平均したのち絶対値をとることで、不釣合力の影響を除去した。

体積収縮ひずみ ε_N の算定に必要な時刻 t までの散逸エネルギー E_L' は、積分経路としてひずみ速度の方向をとって積分することで

$$E_L' = \int_0^t \delta E_L' dt \quad \dots(2)$$

で与えられる。

2) 体積膨張ひずみ ε_p の構成規則

提案する構成規則では、体積膨張ひずみ ε_p は次式で定義される。

$$\sigma' \cdot \varepsilon_p = -E_p' \cdot \beta \quad \dots(3)$$

ここで σ' はせん断面に垂直な有効応力、 E_p' は蓄積される弾性エネルギー、 β は比例定数であり 1.0 となることが期待されている。弾性エネルギーは図-3 に示す Iwan モデルのバネの伸縮・膨張にしたがって保存される。計算にあたっては、図-2 に示す 0° から 90° までのすべての Iwan モデルでの弾性エネルギーを平均化することで、安定化をはかった。

最終的に発生する過剰間隙水圧 U は土の骨格構造の体積弾性率を K とおくと、次式で与えられる。

$$U = K \cdot (\varepsilon_N + \varepsilon_p) \quad \dots(4)$$

4. 淀川堤防の解析による検証

1995 年兵庫県南部地震で被害を受けた淀川堤防の報告⁷⁾から、被害断面としては堤頂が約 2.7m 沈下した西島(1.4km キロポスト)を、無被害断面と

しては被害がほとんど発生しなかった高見（3.0kmキロポスト）を選んだ。

解析モデルの断面図のうち、被害断面を図-4に、無被害断面を図-5に示す。また、解析パラメータを表-1（被害断面）と表-2（無被害断面）に示す。地盤に関しては、表層付近に分布する沖積砂質土層が被害断面では2層連続しているのに対して、無被害断面では間に沖積粘性土層がはさまれているという違いがある。また、堤防の形状としては、無被害断面には堤外地側に小段が作られている。

入力する地震動は、阿部ら⁸⁾によって基盤に変換された堤防被災位置付近での1995年兵庫県南部地震の観測波形をもとに、10秒以上の長周期成分をフィルタにより除去するとともに、最初と最後の1.0秒間をコサインテーパーにより0となるように

Mat 31 Mat 10
Mat 32 Mat 12 Mat 52
Mat 33 Mat 13 Mat 53
Mat 34 Mat 14 Mat 54
Mat 35 Mat 15 Mat 55

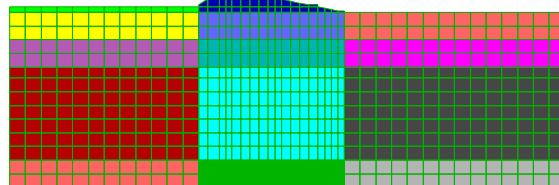


図-4 被害断面の解析モデルと物性値の区分

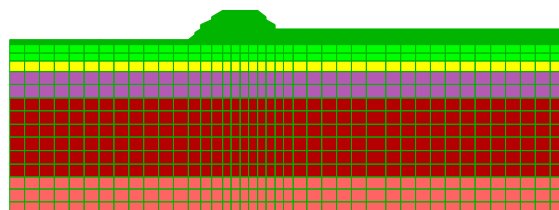


図-5 無被害断面の解析モデルと物性値の区分

表-1 被害断面の解析パラメータ

堤防直下の物性

mat (NO.)	Elevation (m)	Material	t (tf/m3)	'(ini) (tf/m2)	G0 (tf/m2)	f (tf/m2)	Kn(=0.45) (tf/m2)		
10	+3.1	盛土部	1.8	5.58	3906	3.91	40157		
12	-2.5	沖積砂質土層	1.9	13.41	5883	8.71	60482	0.0205	0.15
13	-7.5	沖積砂質土層	1.95	18.035	8440	14.6	86770	0.023	0.1
14	-18.5	沖積粘土層	1.65	25.935	3475	20.26	35726		
15	-29.5	洪積砂質土層	1.95	33.835	12091	28.39	124306	0.028	0.1

堤内地の物性

mat (NO.)	Elevation (m)	Material	t (tf/m3)	'(ini) (tf/m2)	G0 (tf/m2)	f (tf/m2)	Kn(=0.45) (tf/m2)		
31	+0.5	盛土部	1.8	0.9	630	0.63	6477		
32	-2.5	沖積砂質土層	1.9	4.05	1777	2.63	18269	0.034	0.15
33	-7.5	沖積砂質土層	1.95	8.675	4060	7.02	41740	0.033	0.1
34	-18.5	沖積粘土層	1.65	16.575	2221	12.95	22834		
35	-29.5	洪積砂質土層	1.95	24.475	8746	20.54	89916	0.033	0.1

堤外地の物性

mat (NO.)	Elevation (m)	Material	t (tf/m3)	'(ini) (tf/m2)	G0 (tf/m2)	f (tf/m2)	Kn(=0.45) (tf/m2)		
52	-2.5	沖積砂質土層	1.9	2.25	987	1.46	10147	0.039	0.15
53	-7.5	沖積砂質土層	1.95	6.875	3217	5.57	33074	0.037	0.1
54	-18.5	沖積粘土層	1.65	14.775	1980	11.54	20356		
55	-29.5	洪積砂質土層	1.95	22.675	8103	19.03	83306	0.034	0.1

表-2 被害断面の解析パラメータ

mat (NO.)	Thickness (m)	Material	t (tf/m3)	'(ini) (tf/m2)	G0 (tf/m2)	f (tf/m2)	Kn(=0.45) (tf/m2)		
1	6.5	盛土部	1.8	5.85	4095	4.1	39585		
2	3.0	沖積砂質土層	1.9	14.55	5725	8.47	55342	0.0115	0.15
3	2.0	沖積粘土層	1.65	19.05	2017	11.76	19498		
4	5.0	沖積砂質土層	1.95	25.575	8459	14.64	81770	0.012	0.15
5	15.0	沖積粘土層	1.65	42.825	3393	19.79	32799		
6	7.0	洪積砂質土層	1.95	62.025	11980	28.13	115807	0.0023	0.15

補正した(図-6)。

解析結果のうち、被害断面の形状を図-7 に示す。計算は FLAC の精度規定にしたがい、最大速度を過ぎた 11.14 秒で自動停止し、このときの堤体頂部での沈下量は 84cm であった。一方、無被害断面では、主要動の終了に近い 18.83 秒まで演算が可能であり、

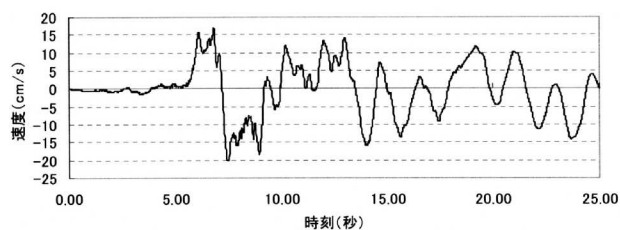


図-6 入射地震動の速度波形

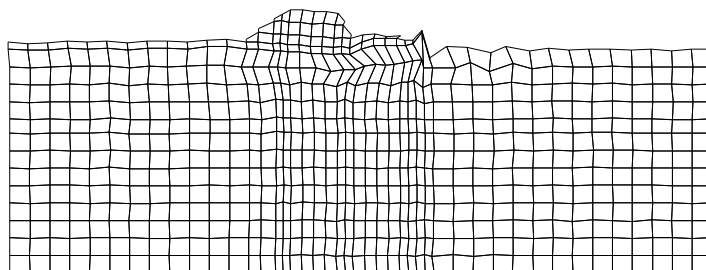


図-7 被害断面の演算停止時の形状 (11.14 秒で停止, 堤頂の沈下量は 84 cm)

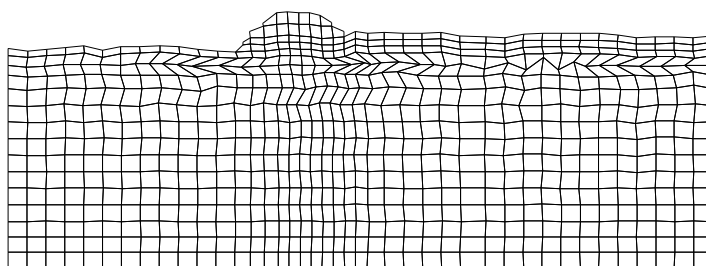


図-8 無被害断面の演算停止時の形状 (18.83 秒で停止, 堤頂の沈下量は 40 cm)

沈下量も半分以下の 40cm となった。堤防の変形形状も被害断面で堤外地方向への変形であるのに対して、無被害断面では堤内地側への変形であるなど、実際の被害を定性的には再現しているものの、沈下量は 3 分の 1 程度という結果となっている。しかし、

沈下量が過小に評価されているのは、演算が最終時刻に達する前に要素形状が過大に変形すること起因しており、液状化の構成規則を超えた問題も含まれていることに留意する必要がある。

参考文献

- 1) 国土交通省河川局治水課：河川構造物の耐震性能照査指針（案）・同解説，www.mlit.go.jp/river/shishin_guideline/bousai/wf_environment/structure/index.html，2008/07/24
- 2) 小川 好，森 洋（2005）：有限差分法による盛土堤防の側方流動解析，平 17. 都土木技研年報，209-218
- 3) Itasca Consulting Group, Inc. (2000)：FLAC, Fast Lagrangian Analysis of Continua, Theory and Background
- 4) Iwan, W. D. (1966)：A Distributed-Element Model for Hysteresis and Its Steady-State Dynamic Response, Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 33, March, 893-900
- 5) Iwan, W. D. (1967)：On a Class of Models for the Yielding Behavior of Continuous and Composite Systems, Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 34, September, 612-617
- 6) Ohsaki, Y. (1980)：Some Notes on Masing's Law and Non-linear Response of Soil Deposits, Journal of the Faculty of Engineering, University of Tokyo, Vol. 35, No. 4, pp. 513-536
- 7) Matsuo, O., Okamura, M., Uzuoka, R. and Mihara, M. (2000)：Numerical analyses of the Damaged Dikes in the 1995 Hyogo-ken Nanbu Earthquake, *I2WCEE*, No.0621
- 8) 阿部 博，森 洋，福武毅芳，藤川 智（1997）：兵庫県南部地震で被災した河川堤防の調査と液状化解析，土木学会論文集，No.568/ -39, 89-99