

1. 個別要素法による盛土堤防の液状化解析手法の改良

Refinement of Liquefaction Analysis Procedure of River Dikes with Discrete Element Method

技術調査課 小川 好

1. 問題の設定

個別要素法は離散体力学に立脚していることから、液状化と側方流動に起因する堤防の変形解析には適切な解析手法である。しかし、その力学体系が土質力学で一般的な応力とひずみ関係ではなく、力と相対変位関係に立脚していることが、現実的な問題での解析の障害となってきた。このため、専門家の一部からは、この種の解析は数値実験であり、実際の設計法に適用するのは困難であるとの評価も受けている¹⁾。

具体的には、図-1 に示されるように、各要素間の法線方向バネと接線方向バネをいかに設定するかということになる。世界的にきわめて早い時期に、個別要素法による地盤の動的破壊過程のシミュレーションを行った岩下²⁾の論文にも、「これらの定数が決まらなるとパッキング（解析モデルの作成）も行えないことになる」とあるように、バネ定数の合理的な設定は個別要素法の基本となるものである。岩下は木山ら³⁾の提案した円筒理論をもとに、図-2 に見られるように要素が一行に配列されたモデルに地震波が伝播する場合を考え、法線方向バネには縦波（P 波）が、接線方向バネには横波（S 波）が関与すると仮定してそれぞれのバネ定数を(1)式

$$K_n = \frac{1}{2} \pi \gamma V_p^2, \quad K_s = \frac{1}{2} \pi \gamma V_s^2 \quad (1)$$

によって規定している。ここで K_n と K_s はそれぞれ法線方向バネと接線方向バネのバネ定数、 γ は対象

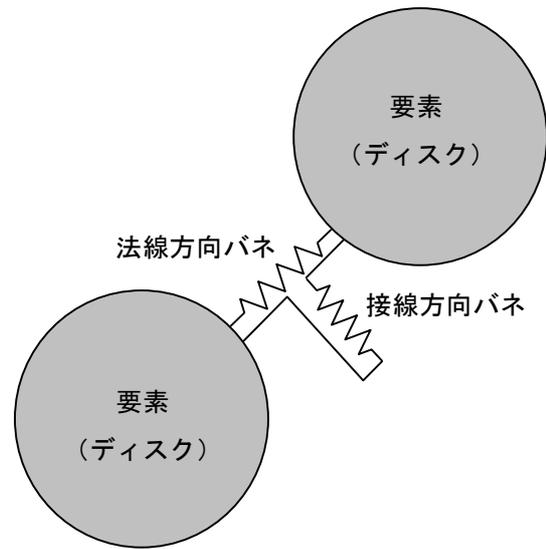
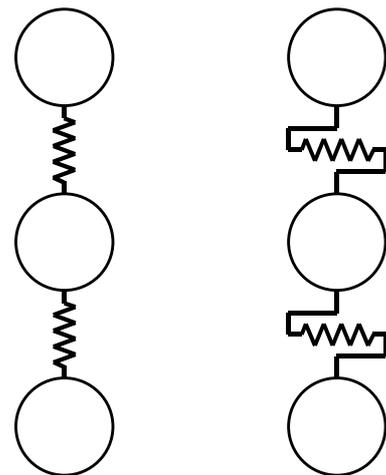


図-1 個別要素法の基本モデル



(法線方向バネ) (接線方向バネ)
 図-2 岩下²⁾によるバネ定数の設定モデル

物質の密度、 V_p と V_s はそれぞれ P 波速度と S 波速度である。また、目黒ら⁴⁾も同様のモデルからバネ定数の設定法を提案しており、バネ定数 K_n と K_s は

$$K_n = \frac{1}{4} \pi (1+e) \cdot \gamma V_p^2$$

$$K_s = \frac{1}{4} \pi (1+e) \cdot \gamma V_s^2 \quad (2)$$

で与えられている。ここで e は個別要素法での要素の密度を規定する間隙比であり、この間隙比によって対象物質の密度と個別要素法モデル全体の密度を一致させている。

一方、筆者ら⁵⁾は、法線方向バネは対象物質の体積弾性率が、接線方向バネは対象物質のせん断が関係するとしたバネ定数の設定法を提案している。ここで法線方向バネについては、図-3 の概念図に示すような供試体モデルを要素の大きさや間隙比が解析対象の個別要素法モデルと同一となるように作成し、バネ定数を試行錯誤で変化させて等方圧縮をシミュレートしたときの体積弾性率が、所定の弾性率と一致したときのバネ定数を設定値とする。接線方向のバネ定数のうち、対象とする材質が砂など ϕ 材料の場合は、後述するように「せん断応力はせん断面に垂直な有効応力に比例する」と仮定することで、せん断応力をせん断力に変換することができ、個別要素法に固有な”力による土の構成規則”を導入しなくてもすむようになる。

一方、対象とする材質が粘土などの C 材料の場合、このような比例規則は適用できないことから、要素間の疑似接触面積といった概念を導入することで、応力と力の変換を図らなければならない。しかし、前報での考察はこの点については十分ではなく、 C 材料の扱いについて課題が残されていた。

今回、法線方向バネのバネ定数が等方圧縮シミュレーションによって矛盾なく設定できるかどうかを、要素の半径を変えた 4 種類の解析から検証するとともに、粘土など C 材料に適用するための疑似接触面積についても検討結果が得られたので報告する。

2. 等方圧縮シミュレーション

(1) シミュレーションの条件

供試体モデルとしては、図-4 に示す以下の 4 ケースとした。

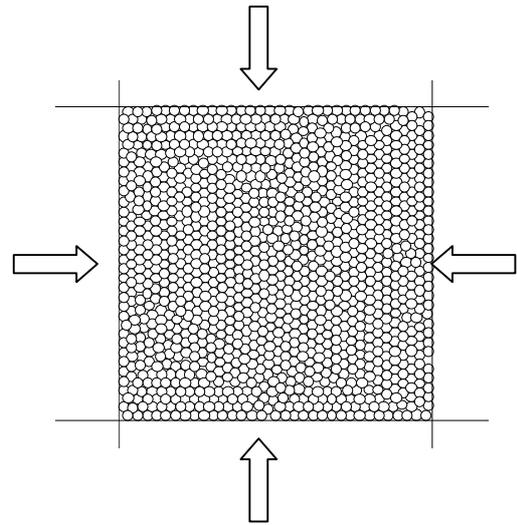


図-3 個別要素法での等方圧縮の概念図

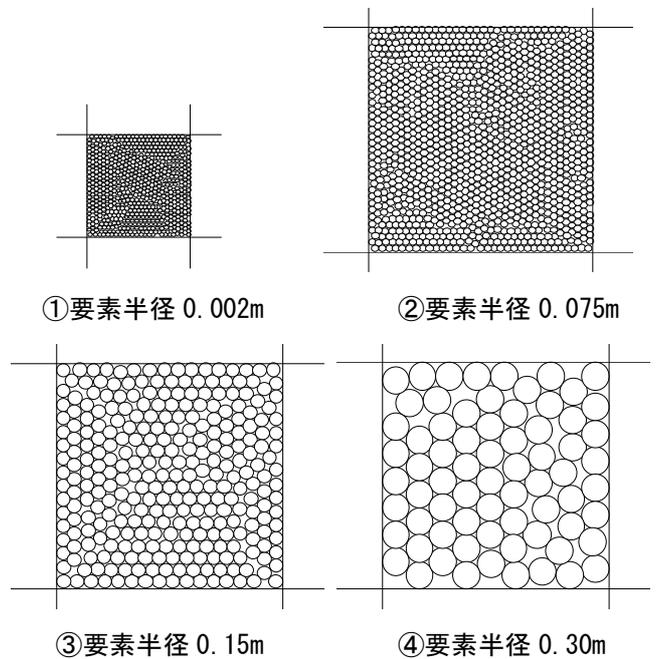


図-4 供試体モデルの要素半径とモデルの大きさ
(要素半径 0.002m モデルの大きさは拡大されている)

- ① 要素半径 0.002m、モデルの大きさ 0.1m×0.1m
- ② 要素半径 0.075m、モデルの大きさ 5m×5m
- ③ 要素半径 0.15m、モデルの大きさ 5m×5m
- ④ 要素半径 0.30m、モデルの大きさ 5m×5m

解析対象とする材質は豊浦砂とし、文献⁶⁾をもとに以下の物性値をターゲットとした。

- ① 拘束応力 = 100kPa で変形係数 $E=100\text{MPa}$ 、剛性率 $G=40\text{MPa}$
- ② 密度 $\rho = 1518\text{kg/m}^3$ 、内部摩擦角 $\phi = 40^\circ$
- ③ 以上の物性値を基に、体積弾性率 $K=66.7\text{MPa}$ 、

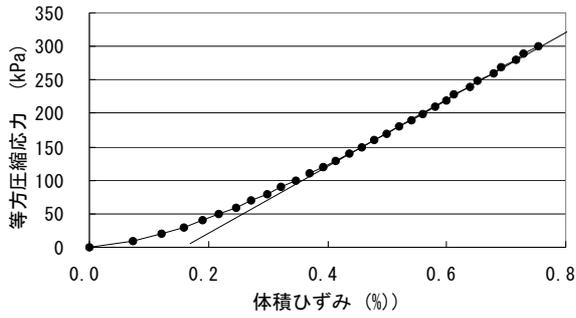


図-5 体積ひずみと等方圧縮応力との関係

ポアソン比 $\nu = 0.25$

予備的な解析として要素半径が 0.002m のモデルを用い、法線方向バネ係数 K_n と接線方向バネ係数 K_s をともに 200MN/m として等方圧縮シミュレーションを行った。このうち、体積ひずみと等方圧縮応力との関係を図-5 に、等方圧縮応力と空隙率との関係を図-6 に示す。図-5 から体積ひずみと等方圧縮応力との関係が線形であるためには、等方圧縮応力はおおよそ 80MPa 以上でなければならないことがわかる。また、このときの空隙率は 15%以内であることから、要素モデルの目標空隙率を 15%とした。

(2) シミュレーションの結果

接線方向バネ係数 K_s を法線方向バネ係数 K_n と同一において等方圧縮試験をシミュレートした結果のうち、要素半径が 0.002m のときの圧縮応力と体積ひずみの関係を図-7 に、要素半径が 0.3m での関係を図-8 に示す。いずれのケースでも応力とひずみの関係は線形であり、「法線方向バネは対象物質の体積弾性率が関係する」とした仮定の必要条件のひとつは満足していることになる。

一方、もうひとつの仮定である「接線方向バネは対象物質のせん断が関係する」を満足するためには、体積弾性率は法線方向バネ定数 K_n に規定され、接線方向バネ定数 K_s には強く影響されないことが条件となる。通常の場合では、せん断力は法線力よりも小さいことから、接線方向バネ定数 K_s を法線方向バネ定数 K_n の 0.5、0.2、0.09 倍としたときの体積弾性率の変化を図-9 に示した。この解析は要素半径が 0.15m のモデルを使用し、法線方向バネ定数 K_n は 350MN/m としている。図からも理解される

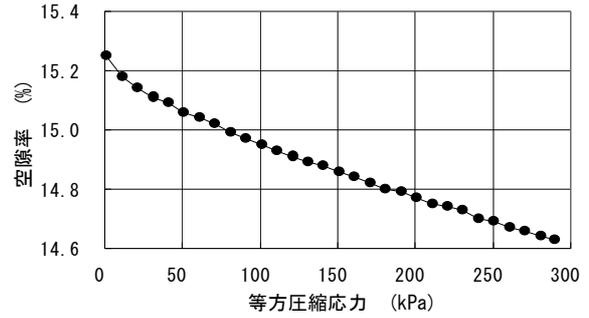


図-6 体積等方圧縮応力と空隙率の関係

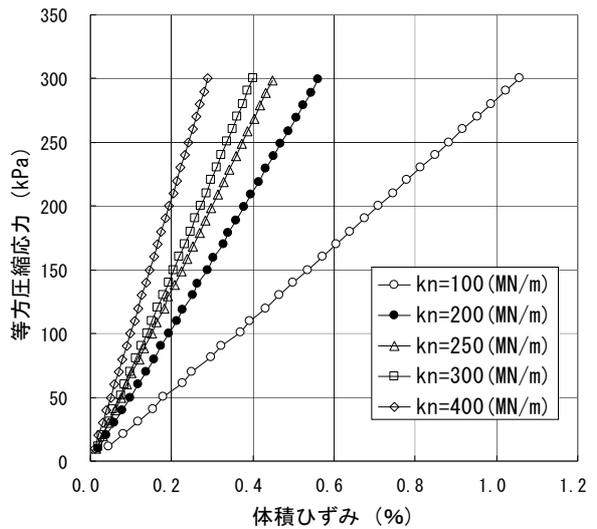


図-7 等方圧縮応力と体積ひずみの関係
(要素半径 0.002m, $K_n=K_s$)

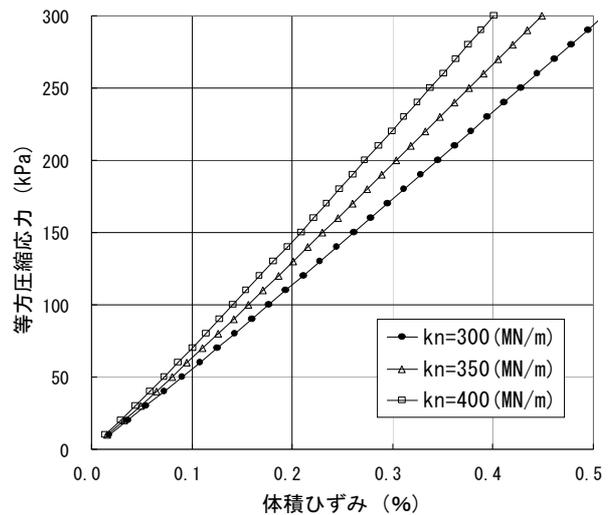


図-8 等方圧縮応力と体積ひずみの関係
(要素半径 0.3m, $K_n=K_s$)

ように、接線方向バネ定数 K_s を法線方向バネ定数 K_n の 1/10 以下としても体積弾性率の低下は 20%程度であり、さらに体積弾性率の低下は K_s/K_n の対

数に比例すると見られることから、接線方向バネ定数 K_s が体積弾性率に寄与する割合は小さいと判断できる。

図-10 には今回解析した 4 種類のモデルについて、法線方向バネ定数 K_n と体積弾性率との関係を示した。要素半径が同じ場合には、法線方向バネ定数 K_n と体積弾性率との間にはほぼ線形の関係が見られるが、その傾きが 1 ではないことが注目される。要素半径が大きくなると体積弾性率は小さくなる傾向が見られるが、これは要素半径が直接、体積弾性率に影響を与えるというよりも、要素半径の大きさと供試体モデルの大きさとの比の問題、言い換えれば四角形要素壁面と接触する円要素の全体的な分布（図-4 参照）によるものだと考えられる。この差は、表-1 のシミュレーション結果の比較での実際の空隙率の違いにも表れている。もちろん、供試体モデルを大きくすれば、この差は小さくなるはずであるが、今回試行した 5m という大きさは堤防の大きさと比べて極端に小さなものではなく、実際の解析にも堤防形状の大きさと要素半径の大きさの比が影響することは留意しなければならない。

今回、解析のターゲットとした体積弾性率 $K=66.7\text{MPa}$ の豊浦砂について、表-1 にまとめるとともに、最適解となった法線方向バネ係数と要素半径との関係を図-11 に示す。なお、岩下²⁾の提案にしたがった(1)式で計算される法線方向バネ定数 K_n は 188.5MN/m 、目黒ら⁴⁾(2)式では空隙率を 15% とすると 108.4MN/m (いずれも厚さが単位長さである 1m の要素とした場合) となる。

3. 接線方向の応力と力の変換と疑似接触面積

前章では等方圧縮状態をシミュレートすることで、法線方向の応力と力との変換を考えたが、この章では接線方向の応力と力の変換について考えてみる。また、力は応力に面積をかけることでも得られるこ

表-1 ターゲットとした豊浦砂についての最適解

要素半径 (m)	空隙率 (%)	バネ係数 (MN/m)	体積弾性率 (Mpa)	疑似接触面積 (m ²)
0.002	15	250	66.8	0.015
0.075	16	275	68.1	0.61
0.15	17	350	66.0	1.59
0.3	20	350	67.5	3.11

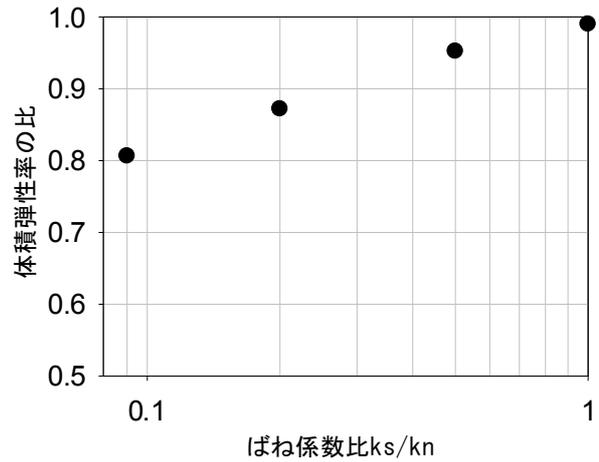


図-9 接線方向バネ定数 K_s の減少による体積弾性率の変化

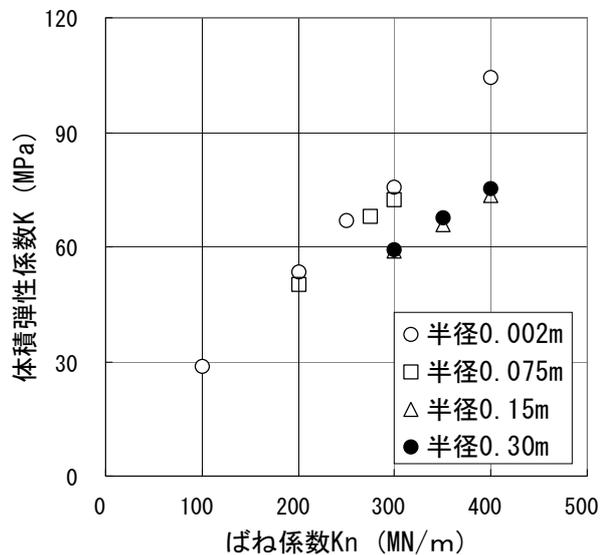


図-10 法線方向バネ係数 K_n と体積弾性率の関係 (すべての要素半径について $K_n=K_s$)

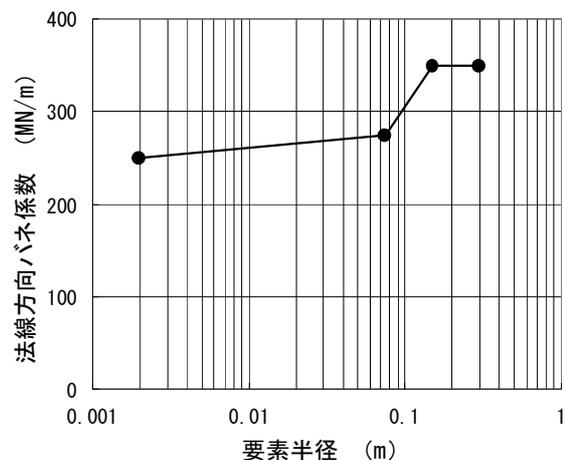


図-11 豊浦砂を解析モデルとするときの法線方向バネ係数と要素半径との関係

とから、要素間の接触点での疑似接触面積という概念を導入することで、粘性土など C 材料での応力と力の変換について考察する。

要素接点にはたらく法線力を F^n 、相対変位を u^n とおくと(3)式が導かれる。

$$F^n = K_n \cdot u^n \quad (3)$$

ここで K_n は法線方向バネ定数である。

一方、法線力 F^n は概念的には未知数である接触面での法線応力 σ_{DEM} を、これも未知数である接触面積 S について積分したものである。

$$F^n = \int_S \sigma_{DEM} dS \quad (4)$$

同様に、接線方向の力（せん断力） F^s は、未知数である接触面での有効せん断応力を τ_{DEM} とおくと

$$F^s = \int_S \tau_{DEM} dS \quad (5)$$

と表されるが、“せん断応力はせん断面に垂直な応力に比例する”と仮定していることから、土の構成則から得られるせん断力を T （応力で規定される）、構成則で与えられていた法線応力を σ_{mi} （同じく応力で規定されている）とおくと

$$\frac{\tau_{DEM}}{\sigma_{DEM}} = \frac{T}{\sigma_{mi}} \quad (6)$$

となり、接線方向の力 F^s は

$$F^s = \frac{T}{\sigma_{mi}} \int_S \sigma_{DEM} dS = \frac{F^n}{\sigma_{mi}} T \quad (7)$$

によって与えられる。

次に疑似接触面積を導入する。要素の半径 R を基に法線方向のひずみ ε^n を

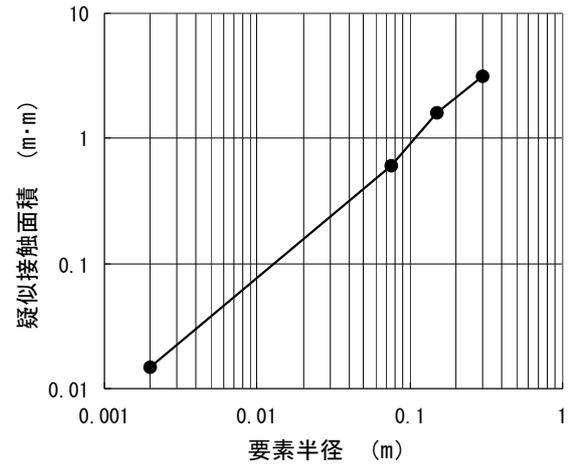


図-12 豊浦砂を解析モデルとするときの疑似接触面積と要素半径との関係

$$\varepsilon^n = \frac{u^n}{2R} \quad (8)$$

で近似するとき、体積弾性率を K とおくと(4)式は

$$K_n \cdot u^n = S \cdot K \frac{u^n}{2R} \quad (9)$$

となり、疑似接触面積 S は(10)式で

$$S = \frac{K_n}{K} 2R \quad (10)$$

C 材料の接線方向の力 F^s は(11)式

$$F^s = S \cdot T \quad (11)$$

で与えられる。疑似接触面積と要素半径との関係は、図-12 に示すように、法線方向バネ定数 K_n が要素半径にかかわらずほぼ一定となっていることから、要素半径に比例する結果となっている。

4. 淀川堤防の解析による疑似接触面積の検証

既報⁵⁾では、兵庫県南部地震の際に天端での最大沈下量が約 3m となる被害をうけた淀川堤防を、要素半径 0.3m の個別要素法によって解析し、3.0m 沈下するという結果を得ている。今回は要素半径を 0.15m とし、疑似接触面積の異なる 2 ケースを解析

し、比較を試みる。

解析対象となる淀川堤防と地盤断面は図-13 に示す形状となっており、堤外地の地表から深さ 10m までの 2 層が液状化対象層となっている。また、各層の土質定数と解析パラメータを表-2 に示す。

この解析では要素半径が 0.3m、空隙率が 16% の要素モデルで体積弾性率 K が 98.1MPa となる ϕ 材料をシミュレートし、法線方向バネ定数 K_n は 200MN/m、疑似接触面積は 1.2m² という結果が得られている。このため、図-14 に示す要素半径が 0.3m の解析例では、 C 材の疑似接触面積をやや低

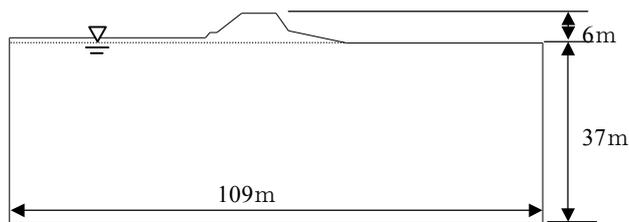


図-13 淀川堤防の解析モデル

めの 1.0 m² として計算している。

入力地震動などのパラメータを同一とし、要素半径を 0.15m とした計算例のうち、疑似接触面積を (10)式にしたがって 1/2 の 0.5 m² としたときの解析結果を図-15 に、要素半径が 0.3m と同一の 1.0 m²

表-2 淀川堤防モデルの土質定数と解析パラメータ

Mat No.	層厚 (m)	Material	K_n (MN/m)	γ_t (kg/m ³)	σ'_{ini} (kN/m ²)	G_0 (MN/m ²)	K (MN/m ²)	τ_f (kN/m ²)	α	β
①	6.0	盛土部	300	1800	55.8	39.06		39.1		
②	5.0	沖積砂質土層	450	1900	134.1	58.83	156.53	87.1	0.28	0.6
③	5.0	沖積砂質土層	660	1950	180.4	84.40	224.56	146	0.4	0.7
④	17.0	沖積粘土層	270	1650	259.4	34.75		202.6		
⑤	5.0	洪積砂質土層	930	1950	338.4	120.91	321.71	283.9	0.42	0.8
⑥	5.0	洪積粘土層	570	1800	382.1	73.62		298.5		

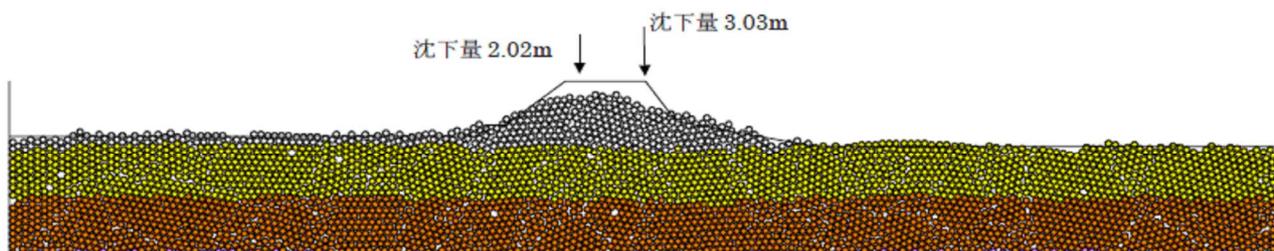


図-14 淀川堤防の要素半径 0.3m、疑似接触面積 1.0m²での解析結果（地層番号 3 以浅を表示している）

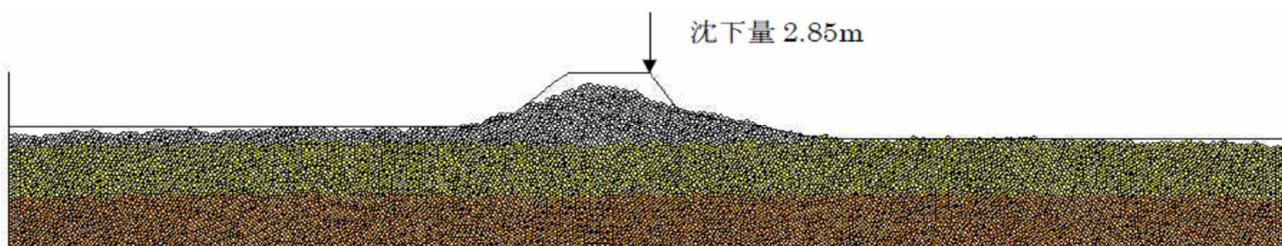


図-15 淀川堤防の要素半径 0.15m、疑似接触面積 0.5m²での解析結果（地層番号 3 以浅を表示している）

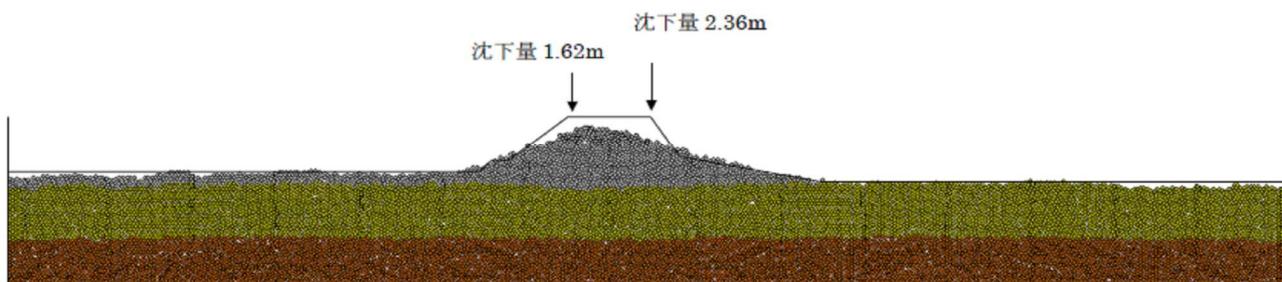


図-16 淀川堤防の要素半径 0.15m、疑似接触面積 1.0m²での解析結果（地層番号 3 以浅を表示している）

としたときの結果を図-16 に示す。疑似接触面積を 0.5m^2 とした解析での沈下量は要素半径が 0.3m での沈下量や被災事例とも近い値となることから、提案する疑似接触面積に妥当性があると考えてよいであろう。

5. まとめ

液状化と側方流動に起因する堤防の変形解析を目的として、個別要素法による解析手法を開発している。個別要素法を適用する上でもっとも問題となるのが、力学系の変換方法、すなわち力～相対変位関係と応力～ひずみ関係の変換法である。筆者らは、液状化などの解析で必要となる有効応力理論が適用しやすい変換規則として、法線方向バネには対象物質の体積弾性率が、接線方向バネには対象物質のせん断が関係するとしたバネ定数の設定法を提案している。

今回、要素半径が異なる 4 種類の供試体モデルについて等方圧縮試験をシミュレートした解析を行っ

た結果、いずれのケースでも等方圧縮応力と体積ひずみとの関係は線形となるような法線方向バネ係数 K_n を所定の体積弾性率 K に対して設定することができた。また、接線方向バネ定数 K_s の変化が等方圧縮シミュレーションに与える影響は、 K_s/K_n を $1/10$ 以下としても体積弾性率の低下比は 20%程度であることから支配的ではなく、「法線方向バネには対象物質の体積弾性率が関係する」とした仮定はほぼ妥当であることが検証された。

一方、粘土など C 材料に適用するための疑似接触面積についても検討した結果、疑似接触面積も等方圧縮シミュレーションから計算することができ、面積は要素半径に比例することがわかった。兵庫県南部地震で被災した淀川堤防モデルを対象とし、要素半径が 0.15m で疑似接触面積の異なる 2 ケースを解析した結果、要素半径に比例した疑似接触面積である 0.5m^2 の沈下量は、既報⁵⁾で述べた要素半径が 0.3m での沈下量や被災事例とも近い結果となった。

参考文献

- 1) 国生剛治 (2007) : 首都圏直下地震に備える地盤工学の課題, 土と基礎, Vol.55, No.5, 3-6
- 2) 岩下和義 (1988) : 流状体シミュレーションによる地盤の動的破壊解析—その 1—, 地震研究所彙報, Vol.63, 201-235
- 3) 木山英郎, 藤村 尚 (1983) : カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析, 土木学会論文報告集, 第 333 号, 137-146
- 4) 目黒公郎, 伯野元彦 (1988) : 粒状体シミュレーションによるコンクリート構造の破壊解析, 地震研究所彙報, Vol.63, 409-468
- 5) 小川 好, 森 洋, 草野 郁 (2002) : 個別要素法による盛土堤防の側方流動解析, 平 14.都土木技研年報, 243-254
- 6) 地盤工学入門編集委員会 (2000) : 地盤工学入門, 地盤工学会, 79